

引用格式:

杨乐, 彭军, 龙兰, 施俊林, 王龙飞, 赖静文. 基于三维动态生长模型的水稻根系模拟[J]. 湖南农业大学学报(自然科学版), 2022, 48(5): 613–618.

YANG L, PENG J, LONG L, SHI J L, WANG L F, LAI J W. Rice root system simulation research based on three dimensional dynamic growth model[J]. Journal of Hunan Agricultural University(Natural Sciences), 2022, 48(5): 613–618.

投稿网址: <http://xb.hunau.edu.cn>



基于三维动态生长模型的水稻根系模拟

杨乐^{1,2}, 彭军¹, 龙兰¹, 施俊林¹, 王龙飞¹, 赖静文¹

(1.江西农业大学计算机与信息工程学院,江西 南昌 330045;2.江西省高等学校农业信息技术重点实验室,江西 南昌 330045)

摘要:以水稻‘淦鑫 688’‘两优培九’‘金优 463’‘陆两优 996’为试材,利用根箱栽培试验研究水稻不同生长期根系的形态结构和分布与生理生态因子之间的相互关系;统计分析水稻根系的形态参数,量化其生物学意义和结构特征,基于水稻根系拓扑结构,提出了一种融合发根时间、发根位置、生长速率和生长方向的水稻根系三维动态生长模型。对模型模拟值与观测值进行相关性分析,纳什效率系数为 0.811~0.899,均方根误差为 0.121~0.135,平均偏差为 0.125~0.137,表明模型的准确度较高。以水稻根系三维动态生长模型作为算法基础,利用 Visual C++ 开发工具和 OpenGL 开放图形库构建了实现水稻根系三维生长可视化仿真系统。对水稻根系的不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的拟合度和误差进行分析,结果显示,其平均模拟拟合度分别可达到 89.36%、90.12%、90.86% 和 91.75%。

关键词: 水稻; 根系; 三维动态生长模型; 模拟; 拟合度; 可视化

中图分类号: S511; TP391

文献标志码: A

文章编号: 1007-1032(2022)05-0613-06

Rice root system simulation research based on three dimensional dynamic growth model

YANG Le^{1,2}, PENG Jun¹, LONG Lan¹, SHI Junlin¹, WANG Longfei¹, LAI Jingwen¹

(1.College of Computer Information and Engineering, Jiangxi Agricultural University, Nanchang, Jiangxi 330045, China; 2.Key Laboratory of Agricultural Information Technology in Jiangxi Higher Education Institutions, Nanchang, Jiangxi 330045, China)

Abstract: By using the ‘Ganxin688’ ‘Liangyoupeijiu’ ‘Jinyou463’ and ‘Luliangyou996’ as experiment materials, the relationship between root morphological structure, dynamic growth and ecophysiological parameters of rice was investigated during different growth stages. Three dimensional dynamic growth model of rice roots based on the root topological pattern was proposed by analyzing the morphological parameters, quantifying their biological significance and structural characteristics, including the determination of rooting time, rooting position, growth rate and growth direction. The correlation analysis was carried out between the simulated values and the measured values. The value of Nash efficiency coefficient, RMSE and Mean Bias ranged from 0.811 to 0.899, 0.121 to 0.135, and 0.125 to 0.137, respectively. It shows that the established model has a higher accuracy. A 3D visualization of the growth simulation system of rice roots is implemented via Visual C++ and the OpenGL standard library on the basis of algorithms for the constructed 3D rice root growth model. The fitting degree and error were analyzed for the adventitious roots, the primary branching roots, the secondary branching roots and the tertiary branching roots, which show that the average simulation

收稿日期: 2021-08-24

修回日期: 2022-05-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(61862032); 江西省自然科学基金项目(20202BABL202034)

作者简介: 杨乐(1979—), 男, 江西进贤人, 硕士, 副教授, 主要从事软件形式化和自动化以及农业信息技术研究, jxnzhyangle@163.com

fitting degrees reaches 89.36%, 90.12%, 90.86% and 91.75%, respectively.

Keywords: rice; roots; three dimensional dynamic growth model; simulation; fitting degree; Visualization

水稻根系的形态结构和生理特性与地上部的生长发育、产量、品质和抗性有密切关系^[1-2]。但淹水条件下难以测量和观察到完整的根系结构^[3]，因而根系的数学建模和仿真模拟成为研究水稻根系形态结构的重要方法^[4]。这些研究方法主要包括基于模拟算法的三维建模^[5-9]、基于原位检测的三维重建^[10-15]、三维动态生长模拟^[16-20]。

FANG等^[21]对在固体凝胶基质中生长的水稻根系进行三维扫描,获取图像数据,并通过基于Hough变换骨架提取和球B样条网格建模方法实现了根系三维生长建模。GE等^[22]构建了水稻根系三维可视化仿真模型,能够表现出旱稻根系的生长规律。HAN等^[23]提出了一个水稻幼苗根系三维定量分析系统,利用轮廓线重建幼苗根系的三维模型。ZHENG等^[24]构建了基于人工生命的水稻根系模型,结合形态结构模型实现了对水稻根系生长的模拟。YANG等^[25]提出了一种基于改进的双尺度自动机与L-系统相结合的水稻根系三维可视化模型构建方法。徐其军等^[26]基于水稻根系拓扑结构,构建了根系三维形态显示模型,实现了水稻根系的三维可视化。杨乐等^[27]、彭英等^[28]利用微分L-系统方法对水稻根系的生长过程进行模拟,将根轴逐渐生长的连续过程和发生各级分支的离散过程用统一的迭代规则代替,构建水稻根的生长模型。

根系的数学建模和仿真模拟在农作物根系形态结构三维建模与重建上取得了显著的成绩。然而,现有的根系三维建模方法大多是先构建基于推理规则的形态结构模型,再生成和农作物根系较为一致的图形,没有验证与评价模型和模拟系统的可靠性及拟合度,未能结合农作物根系动态生长模型而直观再现根系真实的生长过程。此外,传统L-系统^[29]基于字符串迭代规则表达根系拓扑结构,生成农作物根系几何形态图像,但生成的根系图像效果不佳,模拟的真实度不理想,不能满足精确农业的研究需求。笔者在实际测量水稻根系形态结构数据的基础上,定义了水稻根系的发根时间、发根位置、生长速率和生长方向,提出了水稻根系的三维动态生长模型,并改进L-系统设计,实现根系的动态生

长过程,采用圆台绘制根轴,以Bezier曲线对根系进行整体优化,生成的水稻根系模拟图像更加符合其生长发育规律。现将结果报告如下。

1 材料与方法

1.1 材料

以江西地区推广的水稻‘淦鑫688’‘两优培九’‘金优463’‘陆两优996’4个品种的水稻根系作试材,生育期均为120 d左右。

1.2 方法

1.2.1 水稻根系形态参数的获取

水稻种植于根箱后,2020年4月至7月,观察并测量自移栽至抽穗扬花期根系的形态结构参数。由于水稻根系生长发育处于动态变化的过程,其形态结构也会发生变化,因而将需获取的数据分为两类,一类是水稻根系的三维坐标数据,另一类是水稻根系形态结构数据。水稻根系空间位置坐标使用Polhemus Fastrak三维跟踪定位系统进行测定,先标定测量空间坐标系的基准点^[30],再自上而下测定不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的空间位置坐标及方位。以‘两优培九’‘金优463’和‘陆两优996’根系为试材,利用WinRHIZO根系分析系统测定根系形态结构参数,先将水稻根系置于扫描仪EPSON V800 photo上扫描,再将扫描的根系图片导入WinRHIZO根系分析系统,测定根长、直径、表面积和体积等形态参数,测量结果存贮在数据库中。以‘淦鑫688’作试材,采用PEG6000模拟水分胁迫的方法,设置轻度、中度、重度水分胁迫,测定水稻根系形态参数。

1.2.2 水稻根系三维动态生长模型的建立

1) 发根时间的确定。分析试验数据及依据文献^[31],当主茎的第*i*片叶抽出时,第*i*-3叶节上开始发根,即水稻发根与出叶保持着一定的同生关系,所以,第*i*发根节位的发根时间,可用 T_i 表示。

$$T_i = \left(\frac{i+3.5}{a}\right)^b + k \times \left[\left(\frac{i+3.5}{a}\right)^b - \left(\frac{i+4.5}{a}\right)^b\right] \quad (1)$$

式中: k 为模型校正系数,与水稻品种有关,

约为0.1；模型系数a和b分别为0.016和1.003。

2) 发根位置的确定。将种子根的发根位置定义为坐标原点，逐点记录发根位置的坐标，则第*i*发根节位的坐标可表示为

$$(x_i, y_i, z_i) = \left(\frac{\varepsilon \times x_{i+1} + x_{i-1}}{1 + \varepsilon}, \frac{\varepsilon \times y_{i+1} + y_{i-1}}{1 + \varepsilon}, \frac{\varepsilon \times z_{i+1} + z_{i-1}}{1 + \varepsilon} \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{L_{i-1,i}}{L_{i,i+1}}$$

式中： ε 为位置调整系数，是[0, 1]的随机量； $L_{i-1,i}$ 为第*i*-1发根节位和第*i*发根节位之间的节间长度， $L_{i,i+1}$ 为第*i*发根节位和第*i*+1发根节位之间的节间长度。

3) 生长速率的确定。依据文献[32]，水稻根系在前期生长过程中，当入土深度为0~10 cm时，其长度随时间的变化呈线性增长；根系入土深度>10~30 cm时，根系长度的增长逐渐放缓，有的甚至停止生长。根系的生长速率可以用生长度日(GDD)^[26]为驱动因子。

$$v_{GDD} = \begin{cases} v_i & T_i < GDD \leq \Delta T_L + T_i \\ k \times v_i \times \frac{\Delta T + T_i - GDD}{\Delta T - \Delta T_L} & \Delta T_L + T_i < GDD \leq T_i + \Delta T \end{cases} \quad (3)$$

式中： v_{GDD} 为根系第GDD时刻的生长速率； v_i 是第*i*发根节位在根系线性生长周期内的生长速率； $k=Rand(0,1)$ 表示生长速率的调控参数， T_i 是根系生长的初始生长度日，可以由公式(1)计算得到； ΔT_L 是根系线性生长周期内所需要的累积生长度日，一般取值为0.67 ΔT ； ΔT 是根系生长所需要的累积生长度日。

4) 生长方向的确定。由于受到前一个生长周期的生长方向、向地性和随机因素等的交替影响，水稻根系发根节位的生长方向会有一个偏移角度的范围。在根箱试验过程中，暂时不考虑根节点生长的土壤等环境因素，生长环境相对优越，没有受到环境胁迫；因此，设置轴向角 α 和径向角 β 来表述发根节位与不定根节点生长方向上的偏移角度，则第*i*发根节位的生长方向可表示为

$$D_i = D_{i-1} \times \begin{bmatrix} v_{GDD} \times t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & v_{GDD} \times t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \times \cos \beta & \sin \alpha \times \cos \beta \\ -\cos \beta & \sin \beta & -\cos \alpha \\ 1 & \cos \alpha \times \sin \beta & \sin \alpha \times \sin \beta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中： D_i 和 D_{i-1} 分别为第*i*和*i*-1发根节位的生长方向； t 为生长时间； α 和 β 的取值区间分别为0°~15°和0°~360°。

2 水稻根系三维动态生长模型的可视化模拟

2.1 模型验证

通过线性回归和统计分析模型模拟值与观测值之间的纳什效率系数(NSE)、均方根误差(RMSE)和平均偏差(MB)^[7]来评估模型的准确度。NSE的取值为负无穷至1，NSE越接近于1，表示模型质量越好，模型可信度越高；RMSE和MB越接近于0，表明模型模拟值与观测值越接近，模型的模拟效果较好。

由于水稻根系主要集中在0~30 cm土层中，因此，模型输入参数选定10、20、30 cm的土层深度进行标定，计算模型模拟值，与相同土层深度水稻根系的观测值进行对比分析，检验模型的拟合度。结果(表1)显示，NSE值均大于0.800，RMSE和MB的值均小于0.140，表明模型的可信度较高，模拟水稻根系的效果较好。

表 1 不同土层深度下模型模拟的性能

Table 1 Model performance statistics simulated under different

soil depths			
土层深度/cm	NSE	RMSE	MB
0~10	0.811	0.135	0.137
>10~20	0.862	0.129	0.131
>20~30	0.899	0.121	0.125

2.2 水稻根系单根的三维模拟

水稻根系自上而下可分成若干级，而各级枝根之间存在较为明显的自相似性^[20]，应用L-系统来描述其形态结构具有一定的优势，因此引入L-系统进行水稻根系结构的建模。由于L-系统每次迭代生成的各级分支根的长度相同，所以不定根和各级枝根的根段呈直线状，在弯曲度方面并不理想，根轴和各级枝根之间的连接处存在褶皱的情况，不适合描述水稻根系的形态结构；在L-系统中引入Logistic曲线方程^[33]，提取根系生长规则，结合生长量参数与时间参数，拟合根系形态结构，每次迭代后根系节间的长度虽然不一样了，但各级枝根的伸展角度相同，无法体现出发根的随机性，所以时间参数对应的生长量变化的迭代方式仍不符合根系的自然生长特性；依据文献[20]，并结合水稻根系的动态生长模型，改进L-系统设计实现根系的动态生长，各级枝根的生长情况受到上一级根节点所携带的生长参数信息的影响。

$R: \{F, \text{Advroot}, \text{Firbroot}, \text{Secbroot}, \text{Tertroot}\}$

$\omega: \{F\}$

$P: \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$

$P_1: F \rightarrow (\text{由动态生长模型参数决定初始根节点序列})$

$$\begin{aligned}
 P_2: & \begin{cases} F_1: \text{Advroot}(i) \rightarrow \text{Advroot}(i) & n \leq 0 \\ F_2: \text{Advroot}(i) \rightarrow +\text{Advroot}(i+1) & n > 0, x=F \\ F_3: \text{Advroot}(i) \rightarrow +\text{Advroot}(i+1) < t > l [+ \text{Firbroot}(i)] & n > 0, x=T \end{cases} \\
 P_3: & \begin{cases} F_1: \text{Firbroot}(i) \rightarrow \text{Firbroot}(i) & n \leq 0 \\ F_2: \text{Firbroot}(i) \rightarrow +\text{Firbroot}(i+1) & n > 0, x=F \\ F_3: \text{Firbroot}(i) \rightarrow +\text{Firbroot}(i+1) < t, p_i > l [+ \text{Tertroot}(i)] & n > 0, x=T \end{cases} \\
 P_4: & \begin{cases} F_1: \text{Secbroot}(i) \rightarrow \text{Secbroot}(i) & n \leq 0 \\ F_2: \text{Secbroot}(i) \rightarrow +\text{Secbroot}(i+1) & n > 0 \end{cases} \\
 P_5: & \begin{cases} F_1: \text{Tertroot}(i) \rightarrow \text{Tertroot}(i) & n \leq 0 \\ F_2: \text{Tertroot}(i) \rightarrow +\text{Tertroot}(i+1) & n > 0 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5}$$

式中： R 为根系统集合； F 为根系初始状态； Advroot 、 Firbroot 、 Secbroot 、 Tertroot 分别为不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的各个生长节点； ω 为初始公理集合； P 为产生式规则的集合， P_1 用于产生不定根和一级枝根的初始根节点， P_2 、 P_3 、 P_4 和 P_5 分别为构造不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的产生规则； i 为根节点序号； l 为单根当前长度； t 为根系生长时间； p_i 为向下生长的概率； n 为这条根的生长迭代次数； x 为这个根节点是否长出了分枝根，其值为布尔型。

试验结果表明，该方法生成的水稻根系模拟图像较为平滑，模拟了直根和曲根的形态结构，较接近于水稻根系的自然形态，但水稻根系模拟图像的三维立体效果不明显。因此，进一步将相邻2个发根节位之间设为1段根段，用1个圆台来绘制，则这一根段的体积可用公式(6)表示。再把全部的根段相互连接起来构成1条完整的根，对连接处进行拼接处理，再辅以Bezier曲线对整个根系进行优化。水稻根系模拟图像体现了根系的平滑性和凸包性，更能体现出水稻根系的自然平滑和整体的真实性。

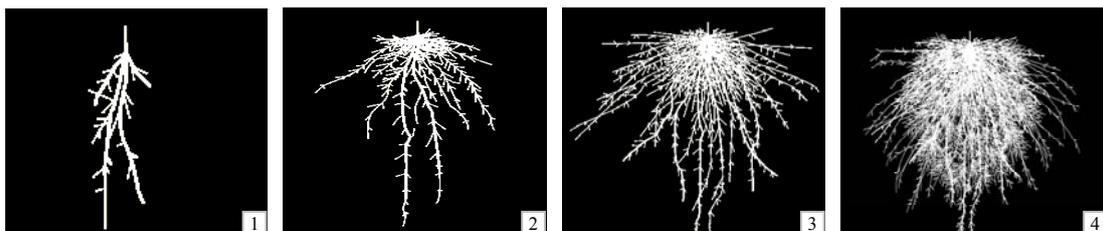
$$V = \frac{1}{3} \pi l (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \tag{6}$$

式中： V 为根段的体积； r_1 和 r_2 分别为相邻2个发根节位的截面半径； l 为这一根段的长度。

2.3 水稻根系的三维模拟

以提出的水稻根系三维动态生长模型作为算法基础，结合根系发根时间、发根位置、生长速率和生长方向，利用Visual C++开发工具和OpenGL开放图形库，构建了实现水稻根系三维生长可视化仿真系统。通过输入模型参数来实现水稻根系生长动态可视化模拟，生成相应的根系三维可视化图像。

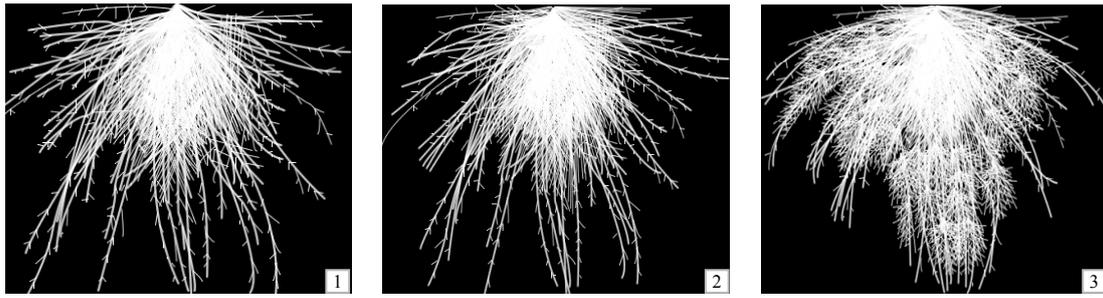
正常生态环境下，第25、45、65、85天‘淦鑫688’水稻根系的三维形态模拟结果如图1所示。系统模拟过程中，从不定根上产生一级枝根，从一级枝根上产生二级枝根，并形成了纵横交错的各级枝根。基于水稻根系三维生长可视化仿真系统，进一步对不同品种和水分条件下的水稻根系进行三维形态模拟，图2展示了‘两优培九’‘金优463’和‘陆两优996’的根系三维形态模拟。图3是‘淦鑫688’在轻度、中度和重度水分胁迫下的根系三维形态模拟，表明水稻在轻度和中度水分胁迫条件下根系较为发达，重度水分胁迫对根系生长具有抑制作用。



1、2、3、4 分别为根系生长 25、45、65、85 d。

图1 水稻‘淦鑫688’根系生长过程的三维形态模拟

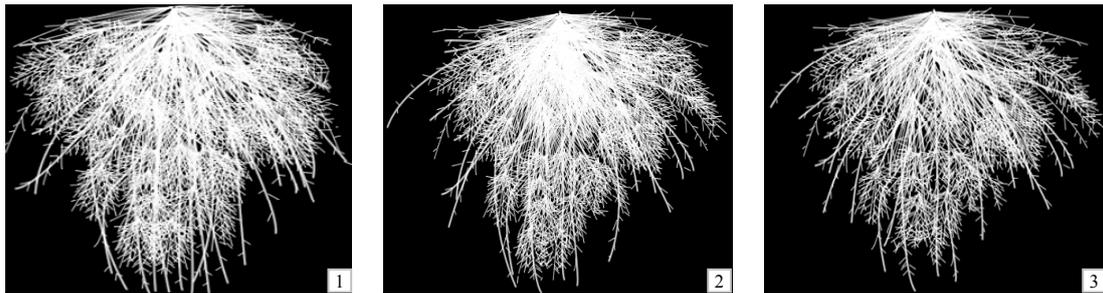
Fig.1 Three-dimensional simulation of root morphology for ‘Ganxin688’



1 ‘两优培九’；2 ‘金优 463’；3 ‘陆两优 996’。

图 2 不同水稻品种生长 85 d 根系三维形态模拟

Fig.2 Three-dimensional simulation of the 85-day root systems for three rice varieties



1 轻度水分胁迫；2 中度水分胁迫；3 重度水分胁迫。

图 3 水稻‘淦鑫 688’水分胁迫下的根系三维形态模拟

Fig.3 Three-dimensional simulation of root morphology for ‘Ganxin688’ under different water condition

随机抽取50组测量样本，将系统生成的水稻不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根与仪器测量的结果进行拟合，用可决系数(R^2)和均方根误差(RMSE)评估系统生成各级枝根的精确度。各级根的 R^2 值分别为0.942 8、0.955 7、0.961 6、0.985 3，RMSE值分别为0.122 9、0.127 8、0.131 5、0.136 3。表明系统模拟的不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的根长能够较好地反映水稻根系生长发育，不定根和各级枝根的可决系数(R^2)都超过了0.940，均方根误差(RMSE)都小于0.137，系统在不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根4个指标的平均模拟拟合度分别为89.36%、90.12%、90.86%和91.75%，水稻根系的实测值和模拟值之间一致性较好，表明模型和系统的精确度较高，能够满足精准农业的研究需求。

3 结论

以江西4个水稻品种作为试验材料进行根箱试验，采集根系的形态结构数据，统计分析根系的形态参数和空间分布特性，形态量化和特征抽取根系发育进程的形态结构，构建了融合水稻根系发根时间、发根位置、生长速率和生长方向的三维动态生长模型。模型验证分析表明，NSE值均大于0.800，RMSE和MB的值均小于0.140，说明模型的精确度

较高。以水稻根系三维动态生长模型作为算法基础，利用Visual C++和OpenGL实现了水稻根系三维生长可视化仿真系统，系统在展现水稻根系三维动态生长进程的同时，能够计算根系当前的形态结构数据。水稻根系的不定根、一级枝根、二级枝根和三级枝根的拟合度和误差分析结果表明，模型能够较好地模拟根系发育进程的形态结构。

参考文献：

- [1] BETTEMBOURG M, DARDOU A, AUDEBERT A, et al. Genome-wide association mapping for root cone angle in rice[J]. *Rice*, 2017, 10(1): 45.
- [2] 梁丽秀, 叶军立, 吴丹, 等. 水稻表层根系图像分割算法研究[J]. *中国农业科技导报*, 2019, 21(1): 70–79.
- [3] SUN L J, LIU Q L, XUE Y, et al. Dynamic influence of S fertilizer on Cu bioavailability in rice(*Oryza sativa* L.) rhizosphere soil during the whole life cycle of rice plants[J]. *Journal of Soils and Sediments*, 2019, 19(1): 198–210.
- [4] 杨乐, 邵鹏, 唐建军, 等. 基于分形L系统的水稻根系建模方法研究[J]. *江西农业大学学报*, 2020, 42(2): 401–406.
- [5] SPEK L Y. Generation and visualization of root-like structures in a three-dimensional space[J]. *Plant and Soil*, 1997, 197: 9–18.
- [6] LYNCH J P, NIELSEN K L, DAVIS R D, et al. SimRoot: modelling and visualization of root systems[J]. *Plant and Soil*, 1997, 188: 139–151.

- [7] DUSSERRE J, AUDEBERT A, RADANIELSON A, et al. Towards a simple generic model for upland rice root length density estimation from root intersections on soil profile[J]. *Plant and Soil*, 2009, 325: 277–288.
- [8] PAGÈS L, VERCAMBRE G, DROUET J L, et al. Root Typ: a generic model to depict and analyse the root system architecture[J]. *Plant and Soil*, 2004, 258: 103–119.
- [9] PAGÈS L, MOREAU D, SARLIKIOTI V, et al. ArchiSimple: a parsimonious model of the root system architecture[C]// 2012 IEEE 4th International Symposium on Plant Growth Modeling, Simulation, Visualization and Applications. Shanghai, China: IEEE, 2012: 297–303.
- [10] MAIRHOFER S, ZAPPALA S, TRACY S R, et al. RooTrak: automated recovery of three-dimensional plant root architecture in soil from X-ray microcomputed tomography images using visual tracking[J]. *Plant Physiology*, 2012, 158(2): 561–569.
- [11] PFEIFER J, KIRCHGESSNER N, COLOMBI T, et al. Rapid phenotyping of crop root systems in undisturbed field soils using X-ray computed tomography[J]. *Plant Methods*, 2015, 11(1): 41.
- [12] STINGACIU L, SCHULZ H, POHLMEIER A, et al. *In-situ* root system architecture extraction from magnetic resonance imaging for water uptake modeling[J]. *Vadose Zone Journal*, 2013, 12(1): 1–9.
- [13] PFLUGFELDER D, METZNER R, VAN DUSSCHOTEN D V, et al. Non-invasive imaging of plant roots in different soils using magnetic resonance imaging(MRI)[J]. *Plant Methods*, 2017, 13(1): 102–111.
- [14] MORADI A B, CONESA H M, ROBINSON B, et al. Neutron radiography as a tool for revealing root development in soil: capabilities and limitations[J]. *Plant and Soil*, 2009, 318: 243–255.
- [15] AHMED M A, ZAREBANADKOUKI M, KAESTNER A, et al. Measurements of water uptake of maize roots: the key function of lateral roots[J]. *Plant and Soil*, 2016, 398: 59–77.
- [16] MENON M, ROBINSON B, OSWALD S E, et al. Visualization of root growth in heterogeneously contaminated soil using neutron radiography[J]. *European Journal of Soil Science*, 2007, 58: 802–810.
- [17] FRENCH A, UBEDA-TOMÁS S, HOLMAN T J, et al. High-throughput quantification of root growth using a novel image-analysis tool[J]. *Plant Physiology*, 2009, 150(4): 1784–1795.
- [18] LEITNER D, KLEPSCH S, KNIEB A, et al. The algorithmic beauty of plant roots-an L-system model for dynamic root growth simulation[J]. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 2010, 16(6): 575–587.
- [19] BONNEU A, DUMONT Y, REY H, et al. A minimal continuous model for simulating growth and development of plant root systems[J]. *Plant and Soil*, 2012, 354: 211–227.
- [20] 袁可, 于显平, 吕伟. 基于动态生长模型的植物根系模拟研究[J]. *西南农业大学学报(自然科学版)*, 2006, 28(5): 868–872.
- [21] FANG S Q, YAN X L, LIAO H. 3D reconstruction and dynamic modeling of root architecture in situ and its application to crop phosphorus research[J]. *The Plant Journal for Cell and Molecular Biology*, 2009, 60(6): 1096–1108.
- [22] GE Y, GE Z Y, YI H F, et al. Visual simulation of upland rice root as related to soil compaction[C]//2011 IEEE International Conference on Digital Manufacturing & Automation. Zhangjiajie, China: IEEE, 2011: 1392–1394.
- [23] HAN T H, KUO Y F. Developing a system for three-dimensional quantification of root traits of rice seedlings[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2018, 152: 90–100.
- [24] ZHENG B Y, FANG Y. Construction and visualization of rice roots model based on artificial life[C]// Proceedings of 2011 International Conference on Computer Science and Network Technology. Harbin, China: IEEE, 2012: 539–544.
- [25] YANG L, WU P P, LIAO M F, et al. Three-dimensional modeling and visualization of rice root system based on the improved dual-scale automaton and L-system[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2022, 195(4): 1–15.
- [26] 徐其军, 汤亮, 顾东祥, 等. 基于形态参数的水稻根系三维建模及可视化[J]. *农业工程学报*, 2010, 26(10): 188–194.
- [27] 杨乐, 彭军, 杨红云, 等. 基于微分L-系统的水稻根系三维生长模型研究[J]. *农业机械学报*, 2019, 50(10): 208–214.
- [28] 彭英, 张素兰. 基于L系统的水稻根系建模与可视化[J]. *计算机系统应用*, 2020, 29(6): 22–28.
- [29] ZHANG S L, ZHU Q S, LIU J, et al. Parallel interpretation of L system based on CUDA[J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2013, 9(2): 415–424.
- [30] 冀荣华, 李想, 祁力钧, 等. 盆栽番茄根系三维生长模型构建与实现[J]. *排灌机械工程学报*, 2014, 32(9): 795–801.
- [31] YANG L, WU P P, YANG S Y, et al. Research on the construction and visualization of a three-dimensional model of rice root growth[J]. *Applied Engineering in Agriculture*, 2020, 36(6): 847–857.
- [32] 熊海桥, 蒋立华, 罗轶先, 等. 基于粒子系统的物理约束植物根生长建模[J]. *计算机应用*, 2002, 22(7): 39–41.
- [33] MONTEFUSCO E, PELLACCI B, VERZINI G. Fractional diffusion with Neumann boundary conditions: the logistic equation[J]. *Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B*, 2013, 18(8): 2175–2202.

责任编辑: 罗慧敏
英文编辑: 吴志立